Hydromechanika

KATEDRA HYDROMECHANIKY A HYDRAULICKÝCH ZAŘÍZENÍ

Obsah

Výtok kapaliny z nádob, přepady

Výtok malým ostrohranným otvorem

Výtok velkým otvorem v boční stěně

Výtok ponořeným otvorem

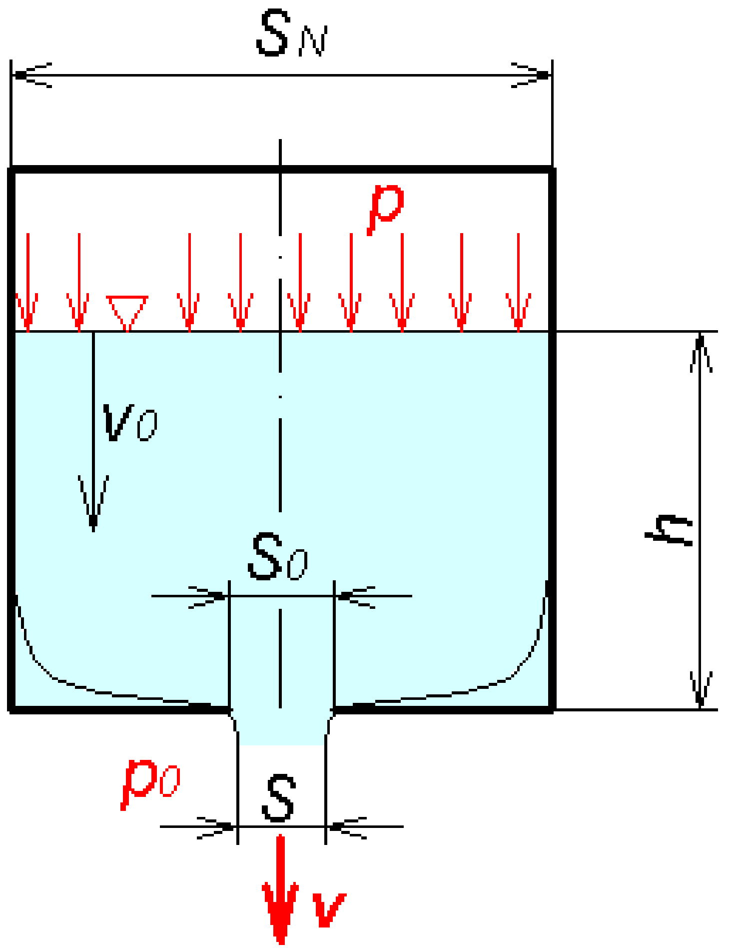
Výtok při současném přítoku

Vyprazdňování nádob

Hydrodynamická podobnost

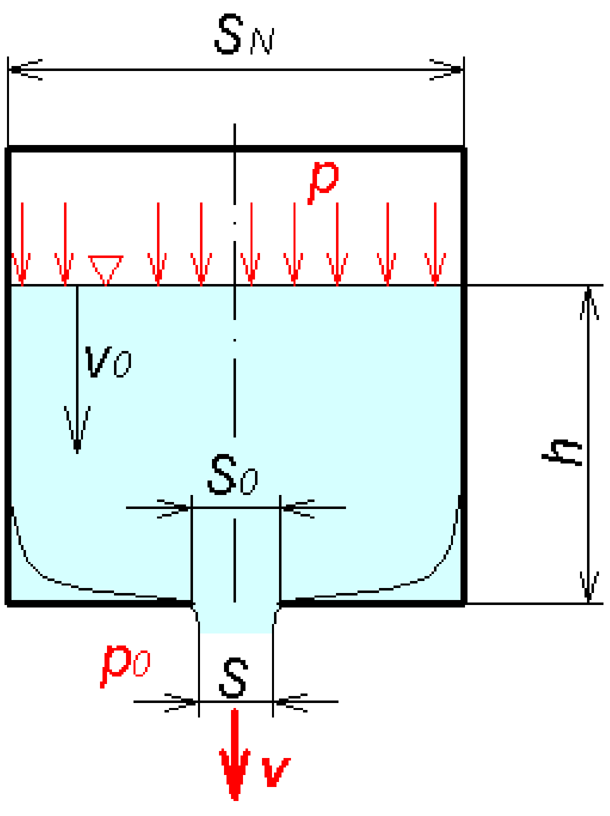
Výtok malým ostrohranným otvorem

Uvažujeme výtok kapaliny otvorem ve dně nádoby. Nádoba má konstantní průřez S_n(válec, hranol) a je naplněna do výšky h . Ve dně je malý ostrohranný otvor o průřezu S_0 , kterým kapalina vytéká do tlaku ovzduší p_0 . V obecném případě se uvažuje v nádrži tlak p , který je od tlaku ovzduší odlišný.



Výtok malým ostrohranným otvorem

Uvažujeme výtok kapaliny otvorem ve dně nádoby. Nádoba má konstantní průřez S_n(válec, hranol) a je naplněna do výšky h . Ve dně je malý ostrohranný otvor o průřezu S_0 , kterým kapalina vytéká do tlaku ovzduší p_0 . V obecném případě se uvažuje v nádrži tlak p , který je od tlaku ovzduší odlišný.



Bernoulliho rovnice psaná pro hladinu v nádrži a pro výtokový průřez

$$\frac{p}{\rho}+\frac{v_0^2}{2}+gh=\frac{p_0}{\rho}+\frac{v^2}{2}+0+gh_z$$

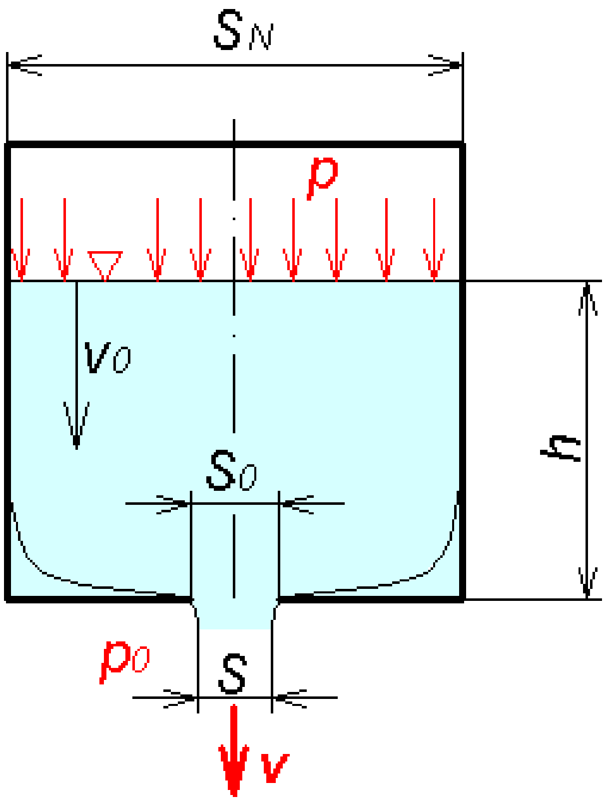
Pro ztrátovou výšku platí známá rovnice:

$$h_z=\zeta\frac{v^2}{2g}$$

Po dosazení do Bernoulliho rovnice:

$$\frac{p}{\rho}+\frac{v_0^2}{2}+gh=\frac{p_0}{\rho}+\frac{v^2}{2}+0+\zeta\frac{v^2}{2}$$

$$\frac{p}{\rho}+\frac{v_0^2}{2}+gh=\frac{p_0}{\rho}+\frac{v^2}{2}(1+\zeta)$$



Pro výtokovou rychlost odvodíme vztah:

$$v = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}\sqrt{2\left(\frac{p-p_0}{\rho}+gh\right)} = \varphi\sqrt{2\left(\frac{p-p_0}{\rho}+gh\right)}$$

Kde φ *je rychlostní součinitel*

$$\varphi = \frac{v}{v_t} = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \langle 1$$

Při stejném tlaku v nádrži a ve výtokovém otvoru je výtoková rychlost

$$v = \varphi\sqrt{2gh}$$

Při výtoku z nádoby dochází ke kontrakci paprsku

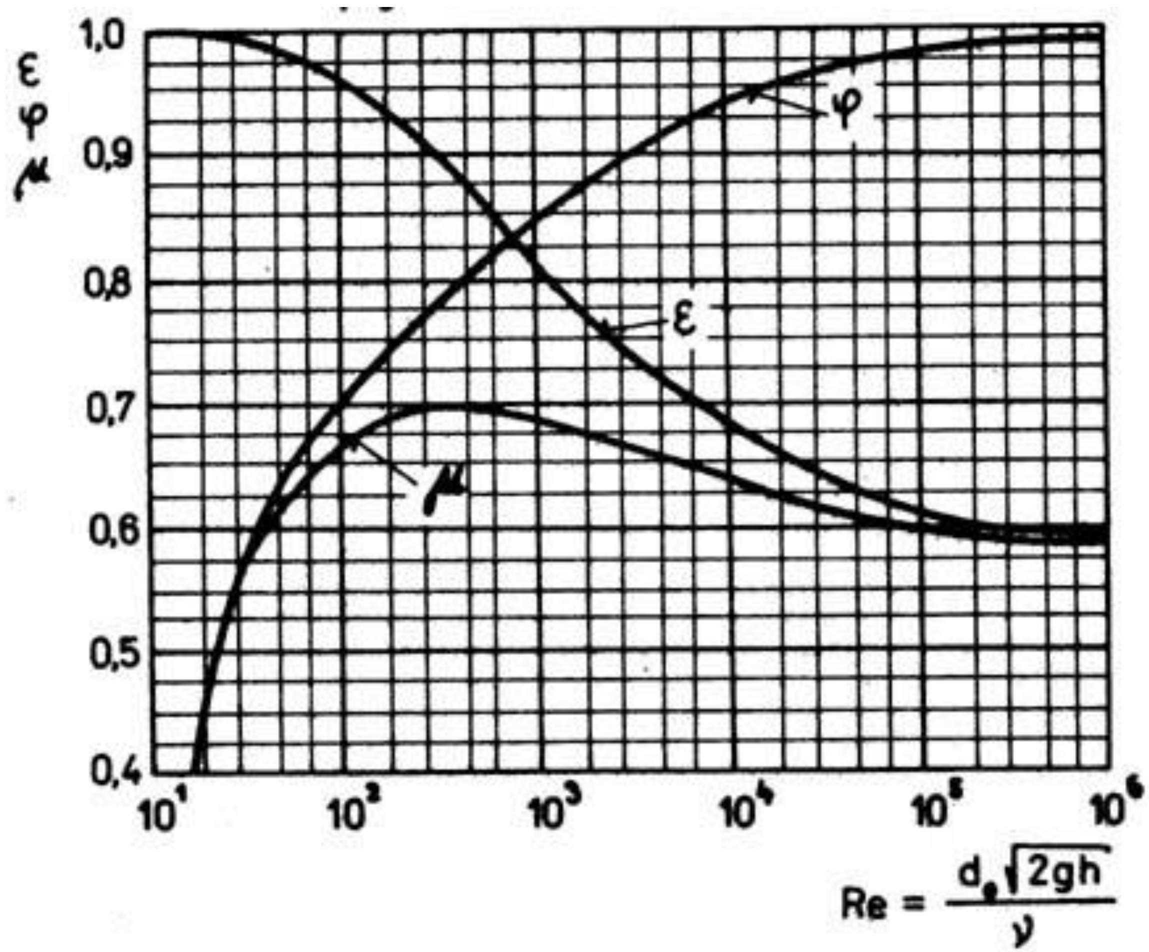
součinitel kontrakce $\varepsilon = \frac{S}{S_0} \langle 1$ *odtud* $S = \varepsilon S_0$

Objemový průtok z rovnice kontinuity

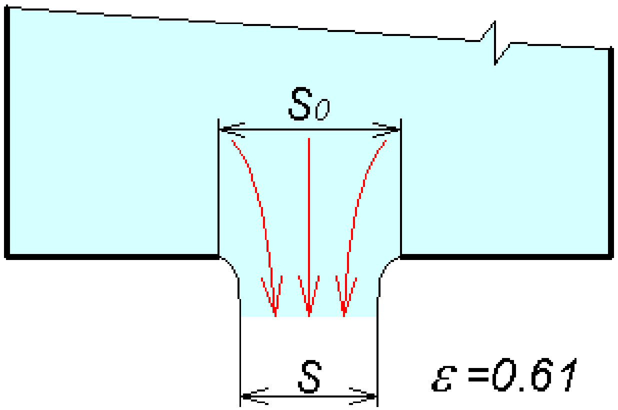
$$Q_v = Sv = \varepsilon\varphi S_0\sqrt{2gh} = \mu S_o\sqrt{2gh}$$

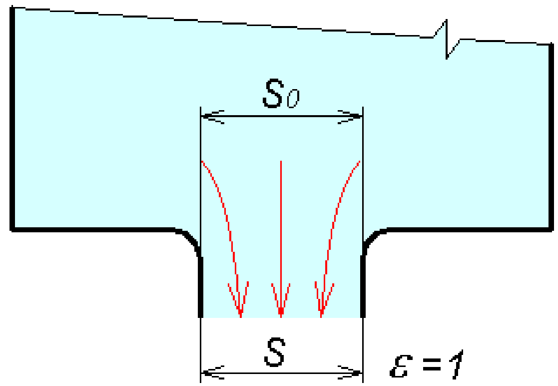
kde μ *je výtokový součinitel, který závisí na tvaru otvoru či nátrubku a Re čísle.*

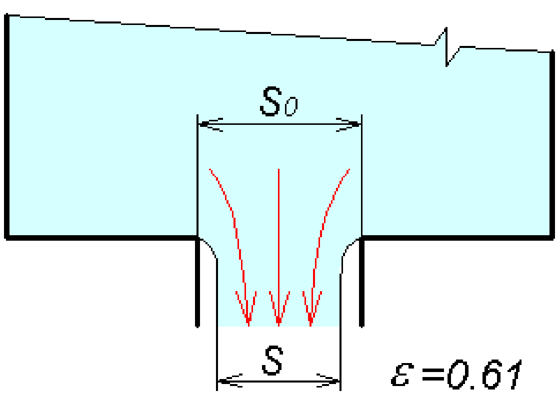
Závislost $\varphi, \varepsilon, \mu = f(\mathrm{Re})$ pro ostrohranný otvor podle výsledků měření

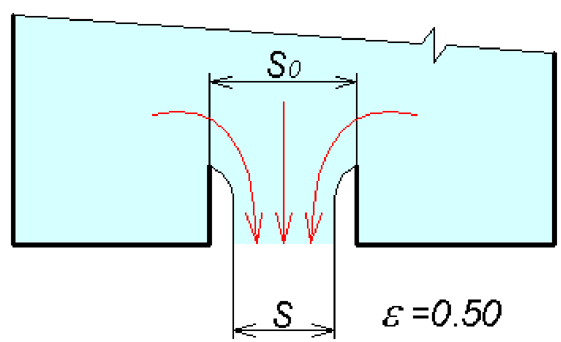


Součinitel zúžení závisí obecně na tvaru výtokového otvoru, jeho umístění vůči bočním stěnám a na Re-čísle.



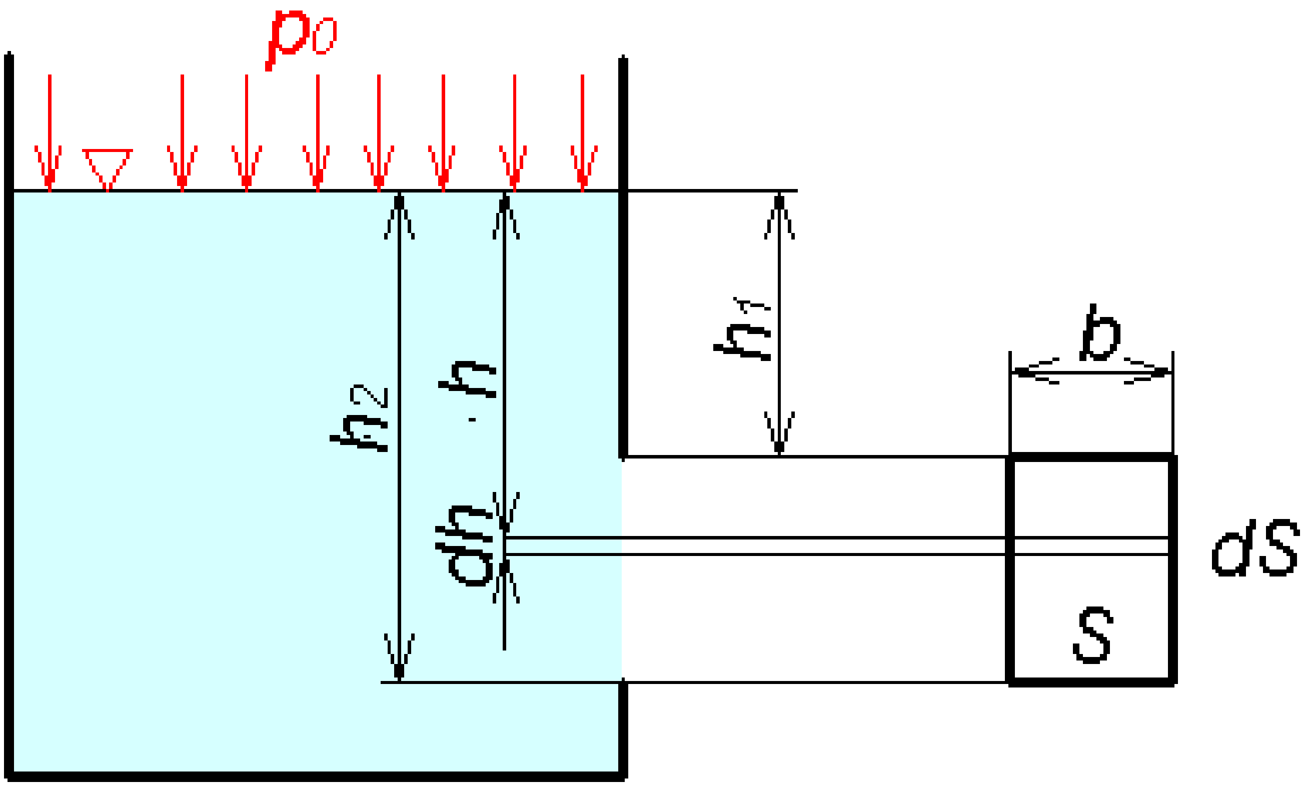






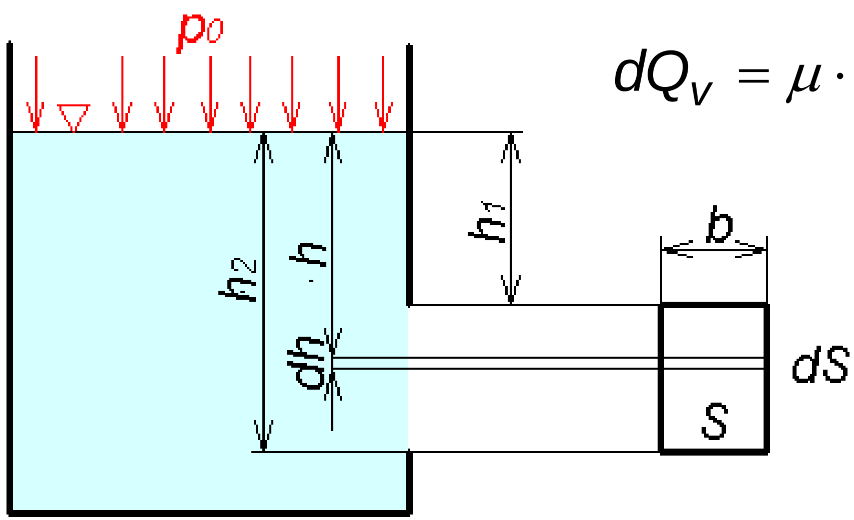
Výtok velkým otvorem v boční stěně

Při relativně velkém otvoru ve svislé stěně je nutno respektovat závislost výtokové rychlosti kapaliny na hloubce uvažovaného místa pod hladinou tlaku ovzduší.



Výtok velkým otvorem v boční stěně

Při relativně velkém otvoru ve svislé stěně je nutno respektovat závislost výtokové rychlosti kapaliny na hloubce uvažovaného místa pod hladinou tlaku ovzduší.



Elementem výtokového otvoru $dS = b \cdot dh$ *vytéká*

$$dQ_v = \mu \cdot dS \cdot v = \mu b \sqrt{2gh} \cdot dh$$

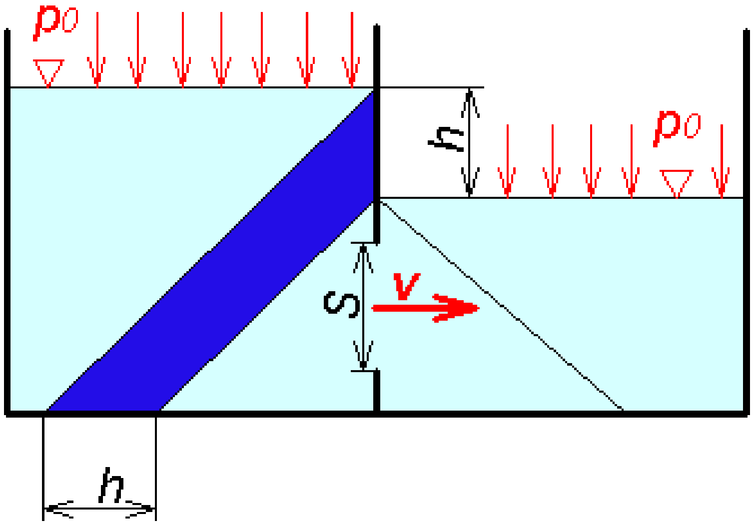
Má-li otvor obdélníkový průřez $b = konst.$, *potom pro výtok určíme integrací rovnice*

$$Q_v = \int_S dQ = \mu b \sqrt{2g} \int_{h_1}^{h_2} \sqrt{h} \cdot dh$$

$$Q_v = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2} \right)$$

Výtok ponořeným otvorem

Jde v podstatě o průtok otvorem mezi dvěma nádobami



Tlak kapaliny působící na přepážku z obou stran je přímo úměrný hloubce uvažovaného místa do hladiny tlaku ovzduší. Tlaky působí proti sobě, proto výsledný tlak je dán jejich rozdílem, který je po celé stěně smočené z obou stran konstantní.

Pro objemový průtok proto platí rovnice:

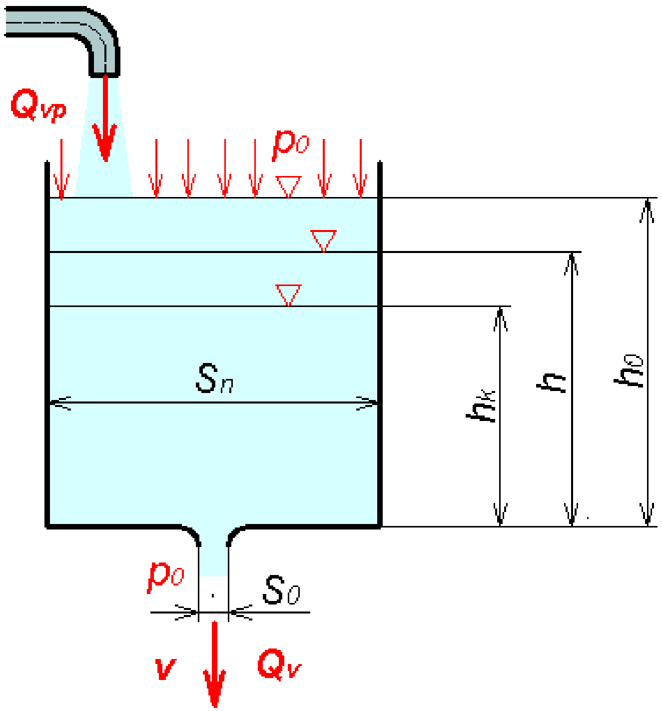
$$Q_v = \mu S \sqrt{2 g h}$$

Vyprázdnění nádoby

Jestliže do nádoby nepřitéká kapalina a tedy $Q_{vp} = 0$ *hladina klesá, až se nádoba vyprázdní* $(h = 0)$.

$$dt\left(Q_{vp} - Q_v\right) = S_n \cdot dh \Rightarrow dt = -\frac{S_n \cdot dh}{Q_v} = -\frac{S_n \cdot dh}{\mu S_o \sqrt{2gh}}$$

Integrací určíme dobu potřebnou ke snížení hladiny z výšky h_0 *na* h *:*



$$t = -\frac{S_n}{\mu S_0 \sqrt{2g}} \int_{h_0}^{h} h^{-1/2} dh = \frac{2 S_n}{\mu S_0 \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_0} - \sqrt{h}\right)$$

Při úplném vyprázdnění nádoby je konečná výška hladiny rovna $h = 0$ *a potřebná doba vyprázdnění nádoby se vypočte ze vzorce:*

$$t = \frac{2 S h_0}{\mu S_0 \sqrt{2 g h_0}} = 2 \frac{S h_0}{Q_{vo}} = 2 \frac{V_0}{Q_{vo}}$$

Přepady

Přepad je výtok nezaplněným otvorem nebo otvorem s neuzavřeným obrysem.

☞Nejnižší místo výtokového otvoru je **korunou přepadu**.
☞ Výška horní hladiny (před přepadem) nad korunou přepadu je **přepadová výška**.

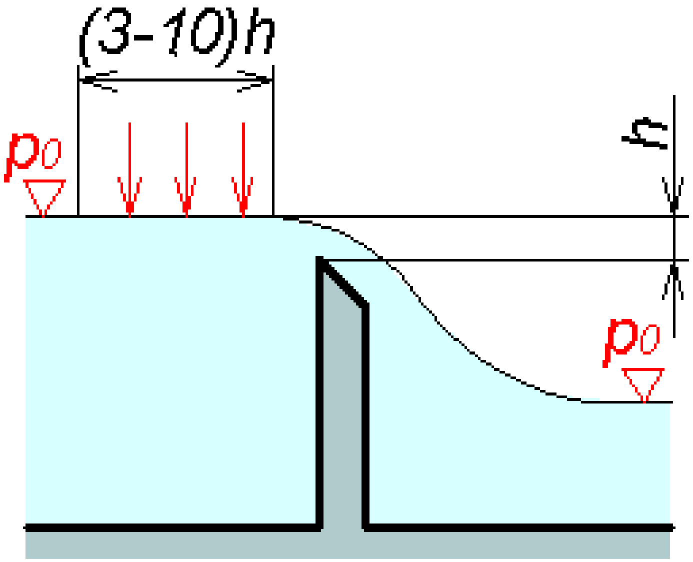
S přepadem se setkáváme na přehradách, kde zajišťují propuštění při maximálních průtocích a udržení hladiny v nádrži pod maximální úrovní. Přepady mají význam rovněž pro měření velkých průtoků, např. laboratořích. Podle polohy spodní hladiny se rozlišují přepady dokonalé a nedokonalé.

Dokonalý přepad je takový, při němž spodní hladina neovlivňuje průtok přepadem. U dokonalého přepadu je spodní hladina pod korunou přepadu.

Nedokonalý přepad má ovlivněn průtok spodní hladinou, která je výše než koruna přepadu

Přepady

dokonalý přepad



☞Průtok dokonalým přepadem s volným proudem se stanoví jako výtok velkým obdélníkovým otvorem ve stěně nádoby.

☞*Je závislý na přepadové výšce a vlastnostech přepadu, tzn.* $\mu = \mu(\text{Re, geom. tvar})$

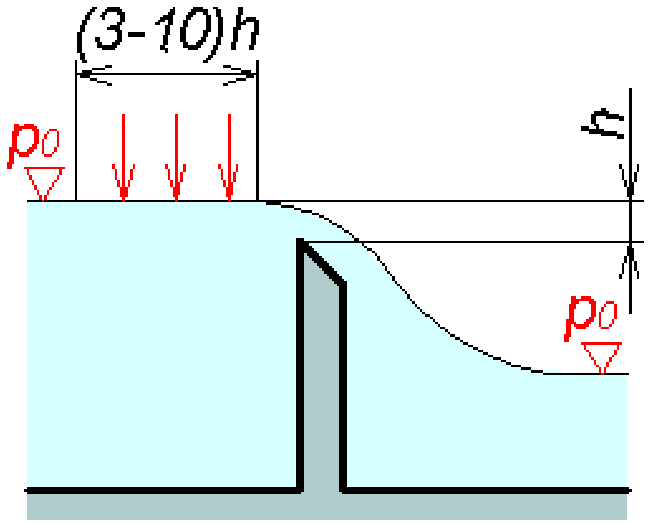
$$Q_v = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2}\right)$$

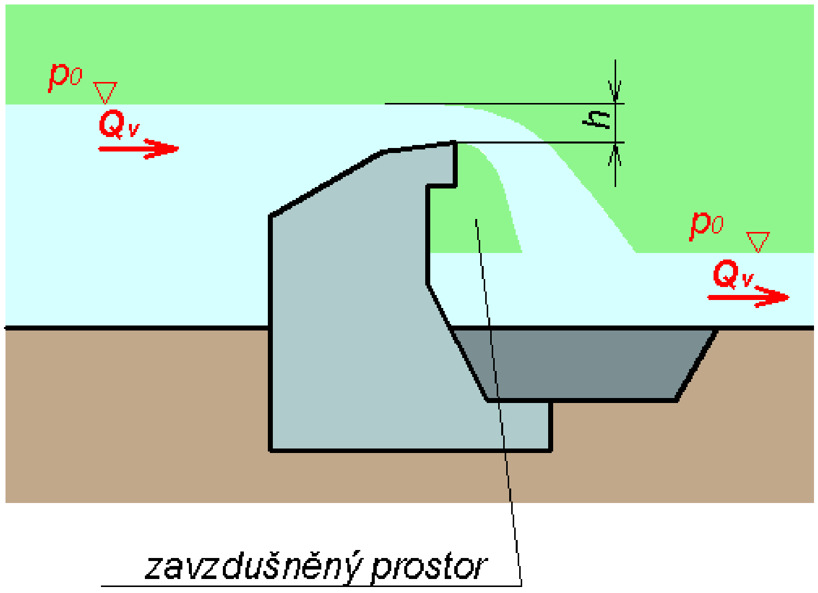
Jestliže se dosadí $h_1 = 0$ a $h_2 = h$

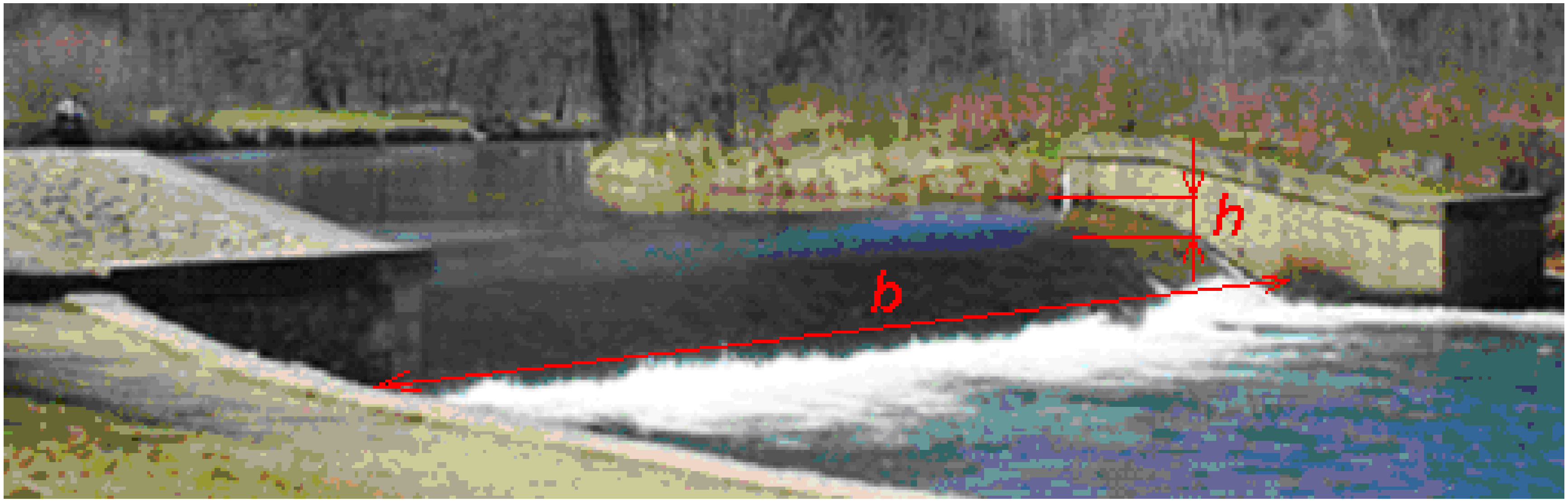
$$Q_v = \frac{2}{3}\mu bh\sqrt{2gh}$$

Přepady

dokonalý přepad





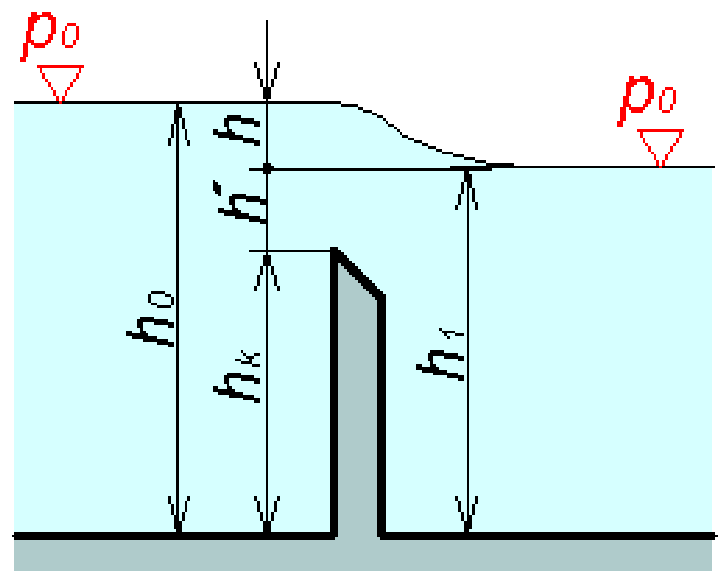


Přepady

nedokonalý přepad

☞Průtok nedokonalým přepadem se stanoví jako součet dvou dílčích průtoků, z nichž první je řešen jako výtok velkým obdélníkovým otvorem ve stěně nádoby, přičemž výška otvoru *h je rozdílem výšek přítokové a odtokové hladiny.*

☞Druhá část průtoku se řeší jako výtok ponořeným otvorem o výšce *h´*.



$$Q_v = Q_{v1} + Q_{v2}$$

$$Q_{v1} = \frac{2}{3}\mu b h \sqrt{2gh}$$

$$Q_{v2} = \mu' b h' \sqrt{2gh}$$

$$Q_v = b\sqrt{2gh}\left(\frac{2}{3}\mu h + \mu' h'\right)$$

Fyzikální podobnost a teorie modelování

- **Fyzikální podobnost** stanoví podmínky, za kterých je zkoumaný jev na modelu fyzikálně podobný jevu ve skutečném provedení – díle.
- **Model** se zhotovuje téměř vždy menší než dílo, proto je levnější, lehčí, manipulace s nimi je snadnější a lze s ním experimentovat v laboratořích. Menší náklady umožňují vyšetřovat na modelu několik alternativ a provádět úpravy během experimentování.
- **Prozkoumání jevu na modelu** umožňuje získat pro praxi potřebné vztahy veličin tam, kde nelze odvodit matematický popis. Umožňuje také zavést opravné součinitele do teoreticky odvozených rovnic, jejichž řešení bylo založené na zjednodušujících předpokladech, které se od skutečných poměrů částečně odchylují.
- Výsledky získané na modelu se pak přepočítávají na **skutečné zařízení** na základě fyzikální podobnosti.
- **Experimentální práce v hydraulické laboratoři je velmi významnou složkou výzkumné práce.**

Hydrodynamická podobnost je součástí fyzikální podobnosti a vztahuje se na jevy spojené s prouděním tekutin.

Úplná fyzikální podobnost je splněna tehdy, když jsou současně splněny následující tři podmínky:

1. **Geometrická podobnost**. Tato vyžaduje, aby poměr odpovídajících délek na modelu a na díle byl konstantní a úhly stejné

$$\left(\frac{L_1}{L_2}\right)_M = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)_D = konst$$

M *model*,

D *dílo*

2. **Kinematická podobnost**. Tato podobnost vyžaduje, aby poměr odpovídajících rychlostí a zrychlení na modelu a díle byl konstantní

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_M = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)_D = konst$$

3. **Dynamická podobnost.** Proudění tekutin je pohyb hmotných částic. Podle klasické Newtonovy mechaniky jsou příčinou pohybu síly. Proto dynamická podobnost vyžaduje, aby poměr odpovídajících sil na modelu a na díle byl konstantní.

$$\left(\frac{F_1}{F_2}\right)_M = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)_D = konst$$

V mechanice tekutin se nejčastěji vyskytují tyto síly:

Síla tlaková → $F_p = p.S \approx pl^2$

Síla třecí → $F_t = \tau.S \approx \eta \frac{v}{l} l^2 \approx \eta v l$

Síla setrvačná → $F_S = m.a \approx \rho l^2 l \frac{v}{t} \approx \rho\, l^2 v t \frac{v}{t} \approx \rho l^2 v^2$

Tíhová síla → $F_S = mg \approx \rho\, g l^3$

Z poměru sil lze odvodit bezrozměrná kritéria hydrodynamické podobnosti.

Reynoldsovo číslo *Re* → **vliv síly setrvačné a třecí**

$$\left(\frac{F_S}{F_t}\right)_M = \left(\frac{F_S}{F_t}\right)_D$$

Po dosazení za jednotlivé síly, je-li $\frac{\eta}{\rho} = \nu$ (kinematická viskozita) dostaneme:

$$\left(\frac{\rho l^2 v^2}{\eta l v}\right)_M = \left(\frac{\rho l^2 v^2}{\eta l v}\right)_D \qquad \left(\frac{vl}{\nu}\right)_M = \left(\frac{vl}{\nu}\right)_D \qquad \left(\frac{vl}{\nu}\right)_M = \left(\frac{vl}{\nu}\right)_D$$

Podobnost je v tomto případě splněna tehdy, jsou-li stejná Reynoldsova čísla na modelu a na díle.

Eulerovo číslo *Eu* → vliv síly tlakové a setrvačné

$$\left(\frac{F_p}{F_S}\right)_M = \left(\frac{F_p}{F_S}\right)_D$$

$$\left(\frac{pl^2}{\rho l^2 v^2}\right)_M = \left(\frac{p.l^2}{\rho l^2 v^2}\right)_D \qquad \left(\frac{p}{\rho v^2}\right)_M = \left(\frac{p}{\rho v^2}\right)_D \qquad Eu_M = Eu_D$$

Podobnost je v tomto případě splněna tehdy, jsou-li stejná Eulerova čísla na modelu a na díle.

Froudovo číslo *Fr* → vliv síly setrvačné a tíhové

$$\left(\frac{F_S}{F_g}\right)_M = \left(\frac{F_S}{F_g}\right)_D$$

$$\left(\frac{\rho l^2 v^2}{\rho g l^3}\right)_M = \left(\frac{\rho l^2 v^2}{\rho g l^3}\right)_D \qquad \left(\frac{v^2}{gl}\right)_M = \left(\frac{v^2}{gl}\right)_D \qquad Fr_M = Fr_D$$

Podobnost v tomto případě je splněna, jsou-li stejná *Fr* čísla na modelu a na díle.

Obsah

Neustálené proudění

Bernoulliho rovnice pro neustálené proudění nestlač. kapaliny

Hydraulický ráz

Proudění v korytě

Věta o změně hybnosti a její aplikace

Neustálené proudění

Nestacionární proudění kapaliny v potrubí se v úlohách technické praxe obvykle řeší jako jednorozměrné proudění. Při neustáleném proudění se veličiny charakterizující proudění mění v závislosti na čase. Neustálený stav může být vyvolán v nejjednodušším případě tak, že se náhle uzavře ventil na konci potrubí, kterým vytéká kapalina z nádrže. Změna rychlosti vyvolá změnu tlaku. Při řešení tohoto případu záleží na tom, zda uvažujeme stlačitelnost kapaliny.

Při menších změnách tlaku **lze zanedbat stlačitelnost** kapaliny.

$\Downarrow$

Bernoulliho rovnice pro neustálené proudění

Při větších tlakových změnách **nelze zanedbat stlačitelnost** kapaliny.

$\Downarrow$

Hydraulický ráz

Bernoulliho rovnice pro neustálené proudění

Pro dokonalou kapalinu (nestlačitelnou a bez vnitřního tření) byla odvozena rovnice Bernoulliho ve tvaru:

$$\frac{v^2}{2}+\frac{p}{\rho}+gh+\boxed{\int_l \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\mathbf{d}l}=konst$$

která platí obecně pro neustálené proudění.

Pro nejjednodušší případ neustáleného proudění, kdy kapalina je nestlačitelná (ρ = konst, $K \to \infty$) a potrubí je tuhé ($E \to \infty$) a stálého průřezu, je rychlost proudění jen funkcí času v = v(t) a integrál

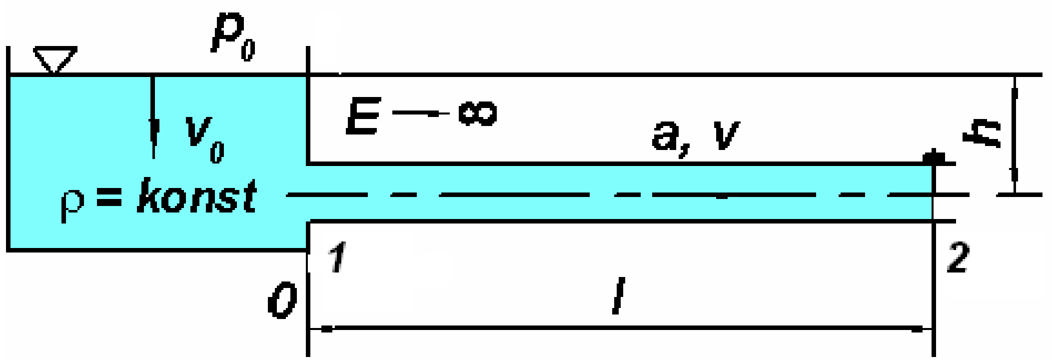
$$\int_l \frac{\partial v}{\partial t}dl=\int_l \frac{dv}{dt}dl=a\int_l dl=al$$

kde ***a* je zrychlení sloupce kapaliny**

Bernoulliho rovnice pro neustálené proudění nestlačitelné kapaliny v tuhém potrubí je

$$\frac{p}{\rho}+\frac{v^2}{2}+gh+\boxed{al}=konst$$

kde ***al* je energie potřebná na urychlení sloupce kapaliny** v potrubí o délce l.



Příklad potrubí připojeného k nádrži

Pro hladinu v nádrži a průřez 2 na konci potrubí, jímž protéká skutečná kapalina nestacionárně, má Bernoulliho rovnice tvar

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{v_0^2}{2} + gh = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v^2}{2} + \boxed{al} + gh_z$$

Pro průřezy 1 a 2 vodorovného potrubí při zanedbání ztrát

$$\frac{p_1}{\rho} = \frac{p_2}{\rho} + a.l$$

Stoupnutí tlaku v důsledku urychlení sloupce kapaliny: $\Delta p = p_2 - p_1 = -\rho\, a.l$

Když se průřez potrubí mění, je v každém úseku potrubí jiná rychlost a tedy zrychlení proudu kapaliny. **Lze odvodit druhou rovnici kontinuity** pro neustálené proudění nestlačitelné kapaliny v tuhém potrubí.

$$\boxed{S_1 a_1 = S_2 a_2 = Sa = konst}$$

Hydraulický ráz v jednoduchém vodorovném potrubí

Hydraulický ráz je **neustálené proudění stlačitelné tekutiny**, charakterizované periodicky se opakujícími tlakovými a průtokovými pulzacemi jako odezva na dynamickou (časově závislou) změnu

(např. při náhlém uzavření potrubí).

U kapaliny bez vnitřního tření nedochází k útlumu a pulzace by se neustále opakovaly. Ve skutečných kapalinách se vnitřním třením pulzace utlumí až prakticky zaniknou.

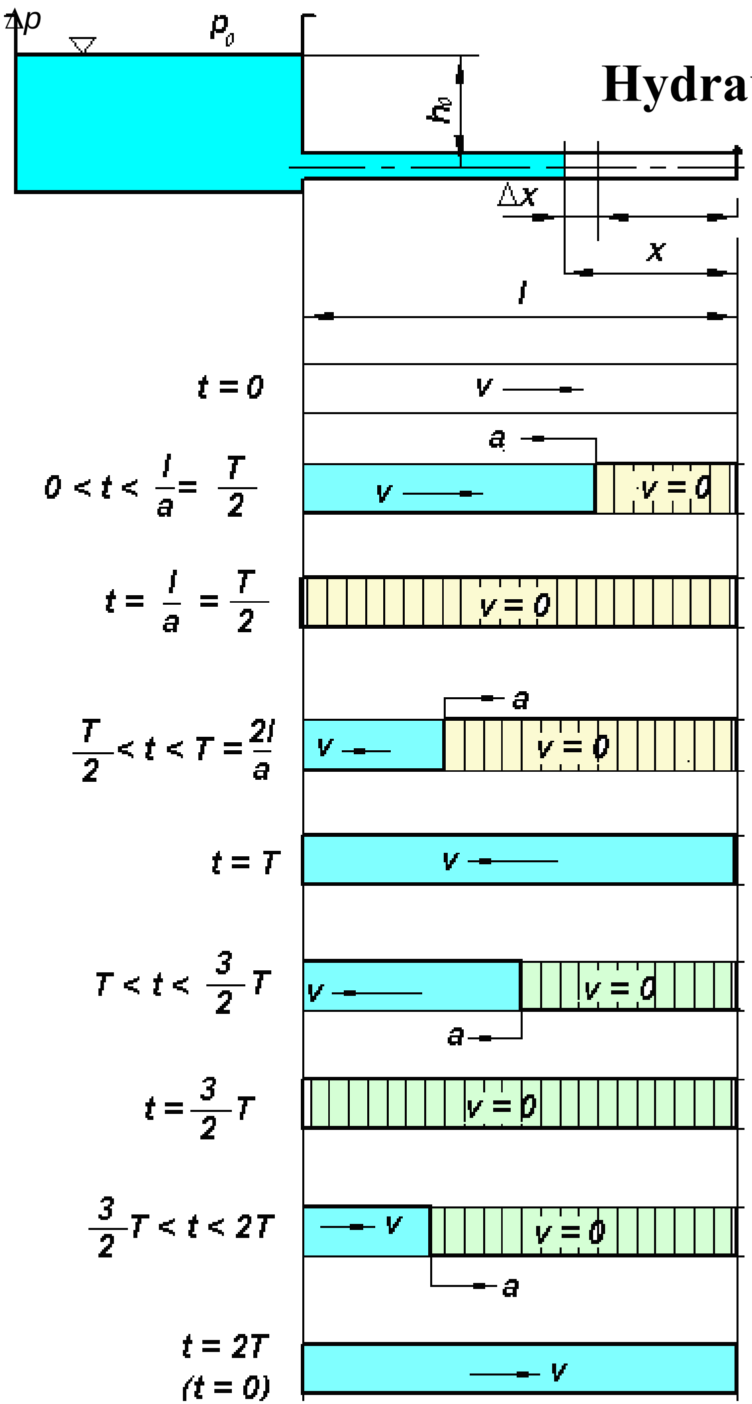
K hydraulickému rázu může dojít při přerušení provozu hydraulického systému nebo při změně provozních podmínek (uzavírání potrubí, výpadek čerpadla, přerušení dodávky el. proudu).

Stlačitelnost lze definovat pomocí součinitele stlačitelnosti

$$\delta = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T=konst} = \frac{\Delta V}{V.\Delta p}\left[\mathrm{Pa}^{-1}\right], \quad K = \frac{V\Delta p}{\Delta V}\left[\mathrm{Pa}\right]$$

Převrácená hodnota součinitele objemové stlačitelnosti δ je modul objemové pružnosti kapaliny *K***.**

Hydraulický ráz v jednoduchém vodorovném potrubí



Odvození se provede opět na nejjednodušším případě, kdy potrubí je napojeno na velkou nádrž, v níž je hladina kapaliny v konstantní výši a na konci potrubí je uzavírací či regulační armatura.

l délka potrubí

v rychlost proudění

K modul pružnosti kapaliny

E modul pružnosti v tahu pro potrubí

a skutečná rychlost šíření tlak. vlny

$$a = \kappa\sqrt{\frac{K}{\rho}} = \kappa a_t$$

T doba běhu vlny $T = \frac{2l}{a}$

stlačený sloupec kapaliny + Δp

expandující sloupec kapaliny - Δp

Oscilace tlaku pro ideální (nevazkou kapalinu) a náhlé uzavření ventilu jsou znázorněny v grafu 1.

Hydraulický ráz

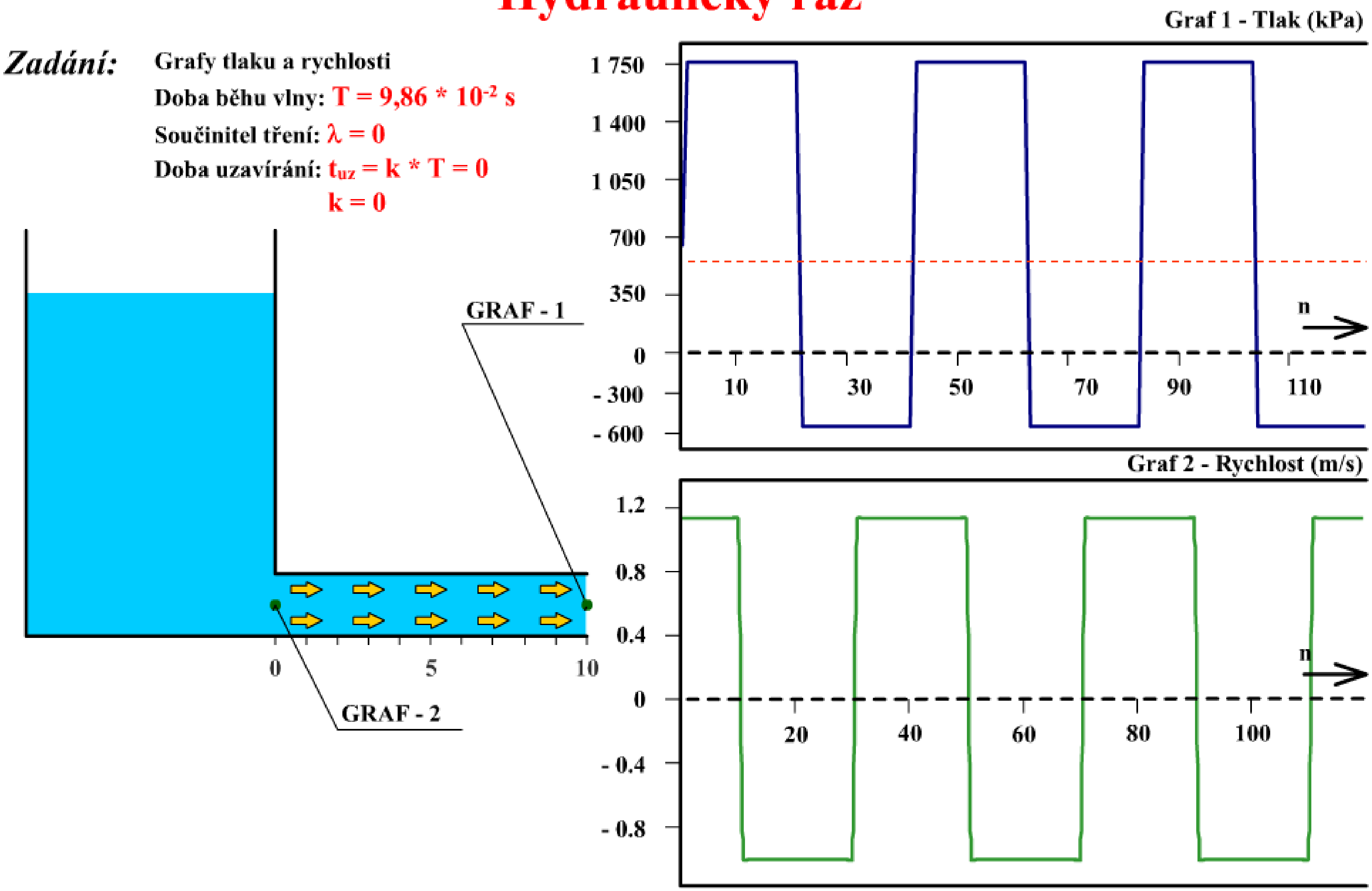
Zadání: **Grafy tlaku a rychlosti**

Doba běhu vlny: $T = 9{,}86 * 10^{-2}$ s

Součinitel tření: $\lambda = 0$

Doba uzavírání: $t_{uz} = k * T = 0$

$k = 0$



Stoupnutí tlaku při hydraulickém rázu odvodíme z rovnosti kinetické energie a deformační práce při stlačení kapaliny v potrubí.

$$E_k = E_d$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}F\Delta x$$

$$\frac{1}{2}\rho V v^2 = \frac{1}{2}\Delta p \Delta V \quad \text{neboli} \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\rho v^2}{\Delta p}$$

$$\frac{1}{K} = \frac{\Delta V}{V}\frac{1}{\Delta p} \quad \text{a odtud} \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{K}$$

Po dosazení

$$\frac{\Delta p}{K} = \frac{\rho v^2}{\Delta p} \Rightarrow \Delta p = \sqrt{K\rho v^2} = \sqrt{K\frac{\rho^2}{\rho}v^2} = \rho v\sqrt{\frac{K}{\rho}} = \rho v a_t$$

kde a_t je rychlost šíření tlak. vlny (zvuku)

Tento výraz odvodil poprvé N.E. Žukovskij (1898).
*17.1.1847-†17.3.1921

Skutečné zvýšení tlaku při hydraulickém rázu se vypočte se skutečnou rychlostí zvuku , takže platí:

$$\boxed{\Delta p = \rho a v = \kappa \rho a_t v}$$

kde pro tenkostěnnou trubku

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Kd}{Es}}}$$

V tomto případě se veškerá kinetická energie přeměnila v deformační práci. Takovému hydraulickému rázu se říká úplný nebo totální. Nastane v těch případech, kdy doba uzavírání je kratší nebo rovna době běhu vlny, čili $t_z \le T$

Hydraulický ráz představuje značné zvýšení tlaku. Např. při změně rychlosti vody $\Delta v = 1 m/s$ je při totálním hydraulické rázu stoupnutí tlaku

$$\Delta p = \rho a \Delta v = \sqrt{\rho K}\,\Delta v = \sqrt{10^3 \cdot 2 \cdot 10^9} \cdot 1 \doteq 1{,}4 \cdot 10^6 = 1{,}4 MPa$$

Při částečném hydraulickém rázu platí $\Rightarrow$ $t_z \rangle T = \frac{2l}{a}$

Stoupnutí tlaku při částečném hydraulickém rázu $\Rightarrow$ $\Delta p_{\check{c}} = \Delta p \frac{T}{t_z}$

Prodloužením doby uzavírání se hydraulický ráz snižuje.

Rovnoměrný průtok korytem

Při průtoku koryty je kapalina vedena stěnami, které neohraničují celý průtočný průřez, jen jeho část, takže vzniká volná hladina. Na této hladině se stýká proud kapaliny s ovzduším.

Výskyt: průtok neplným potrubím, stokami, umělými otevřenými kanály nebo přirozenými koryty potoků a řek.

Charakteristika: ustálené, turbulentní proudění

Rovnoměrný průtok

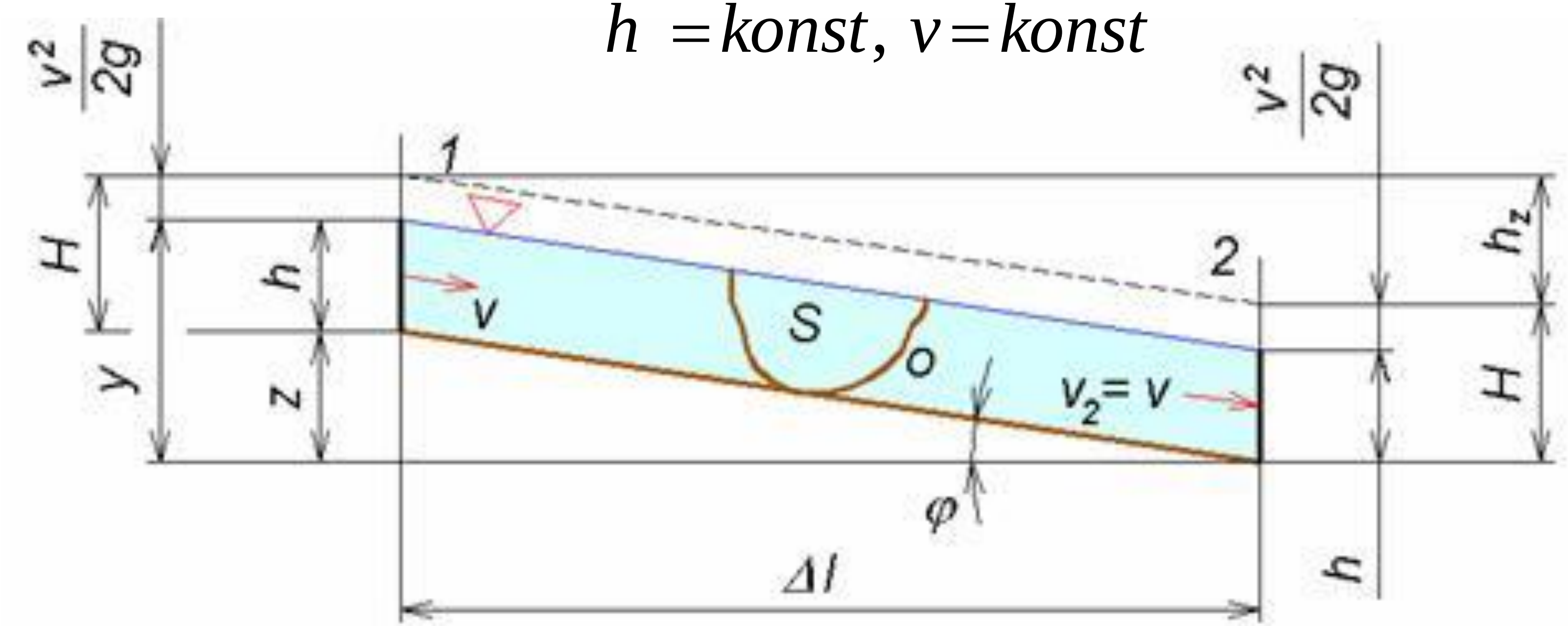
Průtok korytem

Nerovnoměrný průtok

Při ustáleném průtoku mohou nastat dva případy, a to pohyb rovnoměrný, při němž se rychlost proudu nemění po délce koryta a pohyb nerovnoměrný při němž se rychlost proudu a tím i průtočný průřez (hloubka proudu) po délce koryta, tj. v závislosti na vzdálenosti mění, avšak nemění se s časem .

Rovnoměrný průtok korytem

$$h = konst,\ v = konst$$



Rovnoměrný průtok nastane v korytě stálého průřezu, jestliže spád dna na délce je v rovnováze se ztrátovou výškou , což vyplývá z Bernoulliho rovnice

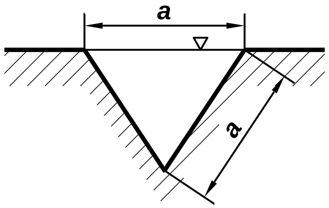
$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g(h+z) = \frac{p_0}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gh + gh_z \Rightarrow z = h_z$$

Hladina vody je v tomto případě rovnoběžná se dnem koryta a pro ztráty třením platí vzorec

$$z = h_z = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}\frac{z}{l}d}$$

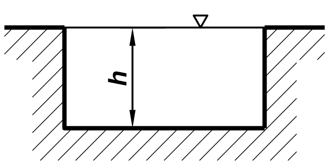
Průřez koryta je zpravidla nekruhový, proto se zavádí hydraulický poloměr

$$\boxed{r_h = \frac{S}{o}}$$ **(!!! na rozdíl od hydraulického průměru** $d_h = 4\frac{S}{o}$ **)**

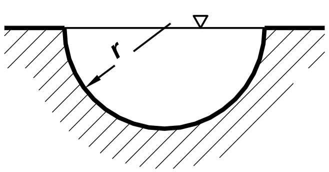


Platí tedy $d = d_h = 4r_h$ **a po dosazení do rovnice pro *v***

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}\frac{z}{l}r_h} = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}\sqrt{ir_h} = C\sqrt{ir_h}, \quad kde \quad i = \frac{z}{l} \quad a \quad C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$$



i **je poměrný spád koryta a *C* je rychlostní součinitel**



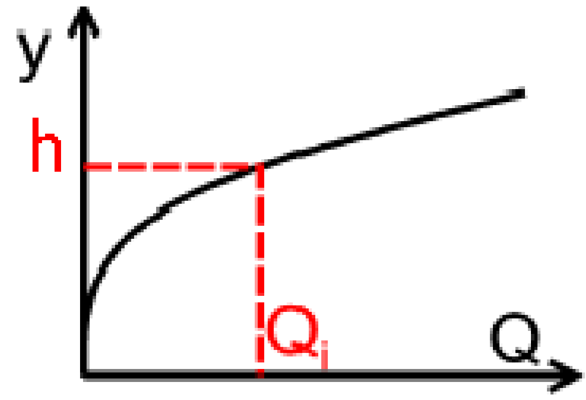
$$v = C\sqrt{ir_h}$$ **je Chézyho rovnice**

Odborná literatura uvádí celou řadu empirických vztahů pro stanovení rychlostního součinitele *C*, které byly stanoveny na základě měření a definují závislost rychlostního součinitele na hydraulickém poloměru a součiniteli drsnosti (n_0, n_1, m)

Manning	Pavlovskij	Bazin	Kutter
$C = \frac{1}{n_0} r_h^{\frac{1}{6}}$	$C = \frac{1}{n_0} r_h^{\frac{1}{5}\sqrt{n_0}}$	$C = \frac{87}{1 + \frac{n_1}{\sqrt{r_h}}}$	$C = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{r_h}}}$

Při návrhu koryt, stok pod. bývá obvykle zadán průtok a volí se rychlost, z čehož se vypočítá průřez a poměrný spád . Aby poměrný spád, který je úměrný ztrátám, byl co nejmenší, je třeba volit profil nejmenšího odporu, tj. průtočný s největším hydraulickým poloměrem .

U přirozených toků je poměrný spád velmi malý, u horských řek je 0,002, u velkých řek v nížinách jen 0,0002. K určení hloubky se používá polografická metoda pomocí konzumční křivky , což je závislost hloubky na objemovém průtoku.



Věta o změně hybnosti

V inženýrské praxi se s výhodou používá věta o změně hybnosti všude tam, kde se sleduje jen výsledný silový účinek proudu tekutiny na stěnu pevného tělesa.

Impuls síly je roven změně hybnosti $\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{v_1}^{v_2} m \, d\vec{v}}$

Pro konstantní sílu (*F* = *konst*) a hmotnost (*m* = *konst*) se dostane po integraci za předpokladu $t_1 = 0, t_2 = t$

$$\vec{F} t = m\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)$$

Dělením *t* se získá rovnice

$$\vec{F} = \frac{m}{t} \Delta \vec{v} = Q_m \Delta \vec{v} = Q_m \left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) = \vec{H}_2 - \vec{H}_1 = \Delta \vec{H}$$

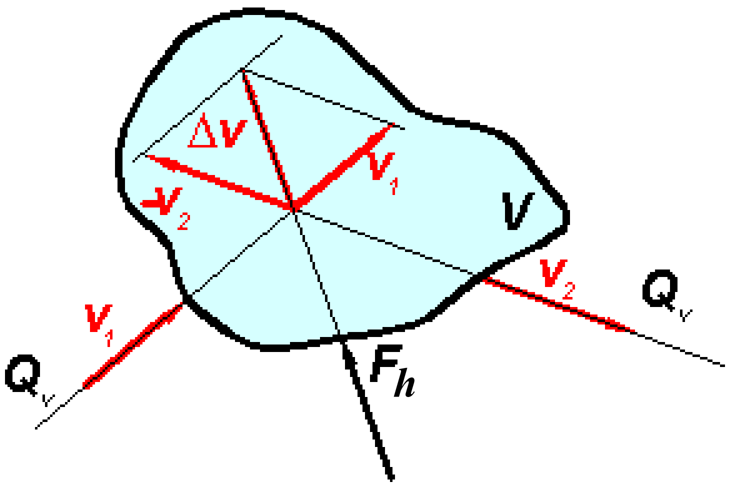
která slouží k výpočtu sil (reakce), kterými působí obtékané plochy na proud kapaliny.

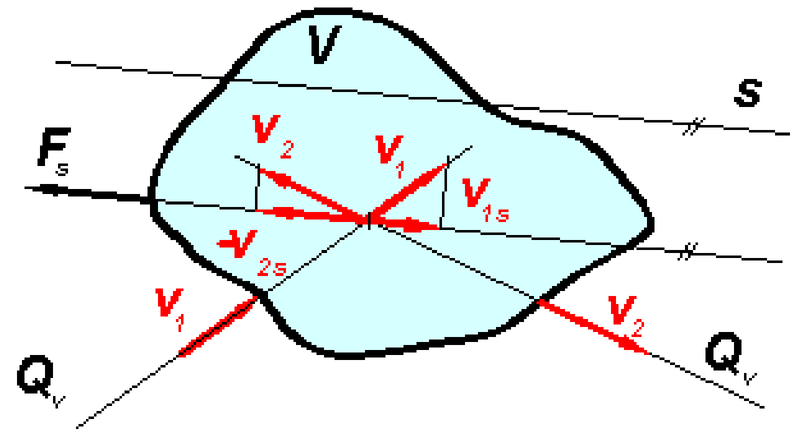
$\vec{H} = Q_m \vec{v}$ je průtoková hybnost

Síla vyvolaná proudící kapalinou (akce) je definována jako rozdíl hybnosti přitékající a odtékající kapaliny

$$\vec{F}_h = -Q_m\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) = Q_m\left(\vec{v}_1 - \vec{v}_2\right)$$

Kapalina, která vtéká do kontrolního objemu V rychlostí $\vec{v}_1$ a vytéká z něho rychlostí $\vec{v}_2$ vyvolá při průtoku Q_v a hustotě ρ sílu F.



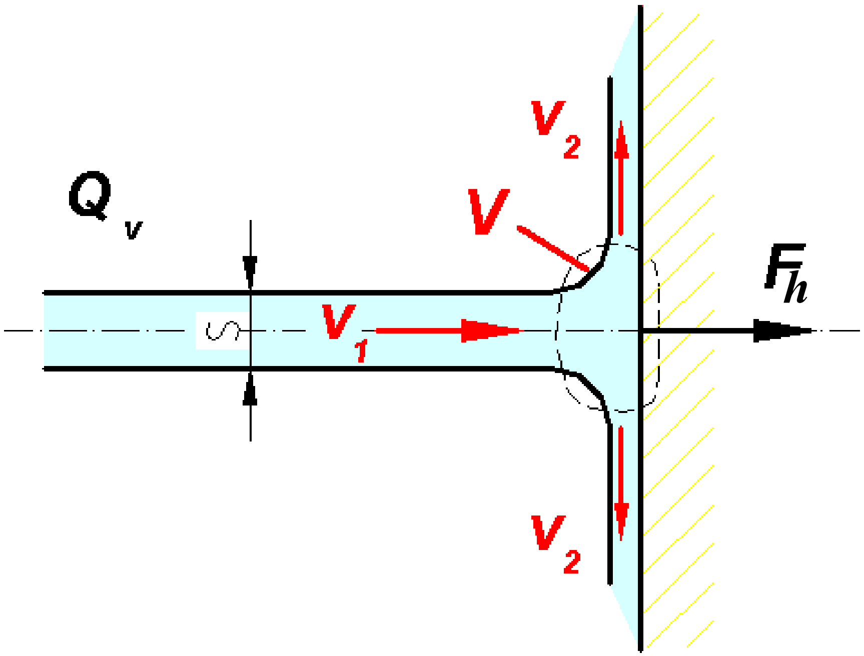


Pro výpočet složky síly ve směru ***s*** platí hybnostní věta

$$\vec{F}_s = Q_m \Delta \vec{v}_s = Q_m\left(\vec{v}_{1s} - \vec{v}_{2s}\right) = \Delta \vec{H}_s$$

Aplikace

Účinek paprsku na kolmou desku



Paprsek kapaliny dopadající kolmo na rovinnou desku změní směr proudění. Změnou hybnosti se vyvolá síla $\vec{F}_h$.

Odtoková rychlost má ve směru síly nulovou složku, změna rychlosti je tedy

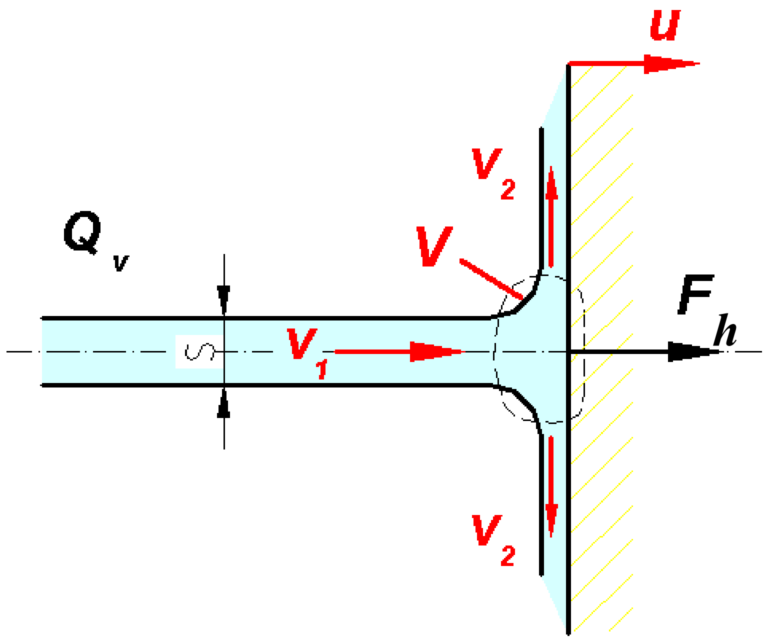
$$\Delta v = v_1 - 0$$

Velikost síly F určíme ze vztahu:

$$F_h = Q_m(v_1 - 0) = \rho Q_v(v_1 - 0) = \rho S v_1(v_1 - 0) = \rho S v_1^{\,2}$$

Aby odtoková rychlost byla rovnoběžná s povrchem desky, musí být deska rozměrná. Při malé desce se proud kapaliny částečně odkloní.

Účinek paprsku na unášenou desku při kolmém dopadu



Deska se pohybuje rychlostí $\vec{u}$ ve směru síly $\vec{F}_h$.

Relativní rychlost dopadu proudu na desku je $\vec{v}_1 - \vec{u}$.

Odtoková rychlost má ve směru síly nulovou složku.

Změna rychlosti je tedy

$$\Delta v = v_1 - u - 0 = v_1 - u$$

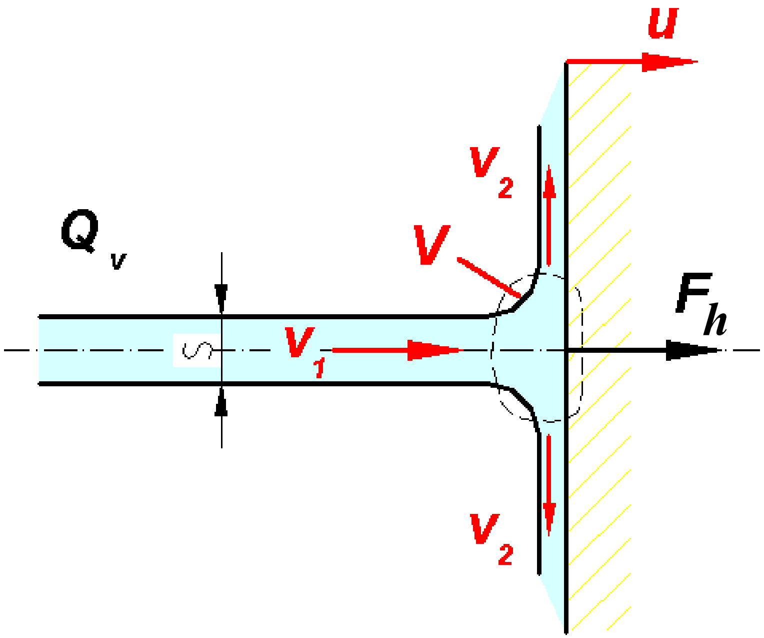
$$Q_m = \rho\, S(v_1 - u)$$

Velikost síly F určíme ze vztahu:

$$F_h = Q_m(v_1 - u) = \rho S(v_1 - u)^2$$

Poznámka: Rozdíl mezi hmotnostním průtokem $Q_{m1} = \rho S v_1$,
který vytéká z trysky a hmotnostním průtokem $Q_m = \rho S(v_1 - u)$,
který dopadá na desku se spotřebuje na prodloužení paprsku a je roven $Q_{m2} = Q_{m1} - Q_m = \rho S u$.

Pohybující se deska může konat silovým účinkem práci. Její výkon je určen výrazem



$$P = F_h u = \rho S \left(v_1 - u\right)^2 u$$

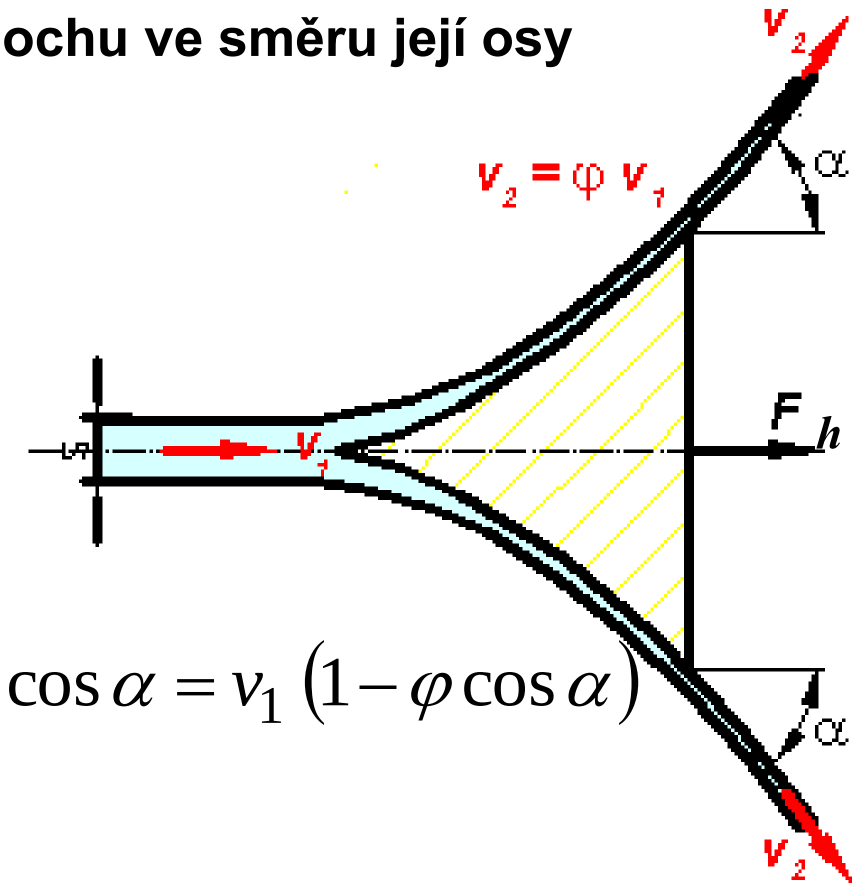
Z rovnice vyplývá, že pro $u = 0$ a $u = v_1$ je výkon nulový.

Maximální výkon desky je pro $u = \frac{v_1}{3}$ a je dán vztahem

$$P_{\max} = \rho S \left(v_1 - \frac{v_1}{3}\right)^2 \frac{v_1}{3} = \frac{4}{27} \rho S v_1^3$$

Účinek paprsku na rotační plochu ve směru její osy

Paprsek kapaliny dopadající kolmo na rotační plochu změní směr proudění. Změnou hybnosti se vyvolá síla $\vec{F}_h$.



Změna rychlosti ve směru síly *F*

$$\Delta v = v_1 - v_2 \cos\alpha = v_1 - \varphi v_1 \cos\alpha = v_1\left(1 - \varphi\cos\alpha\right)$$

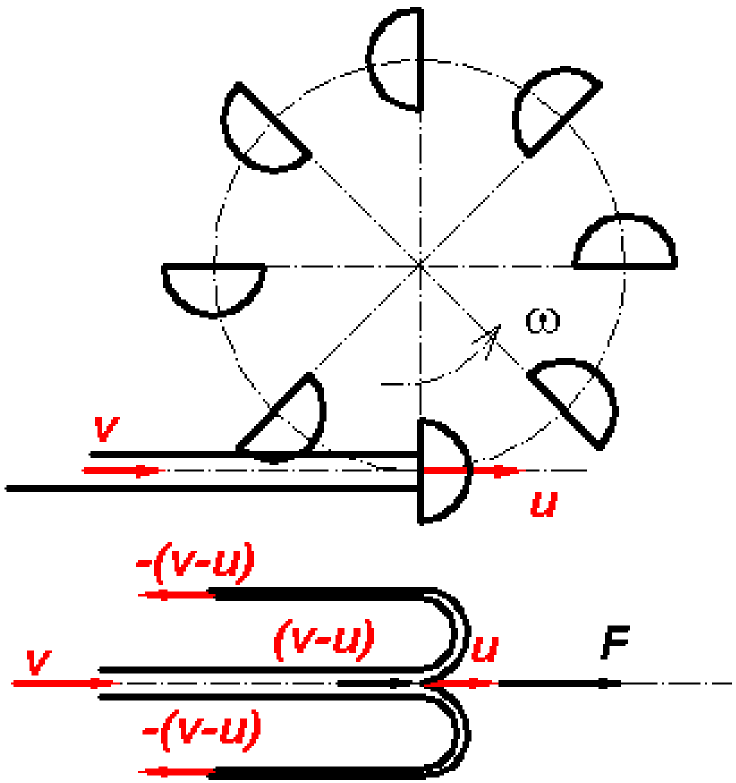
$$Q_m = \rho\, S v_1$$

Velikost síly F určíme ze vztahu:

$$\boxed{F_h = \rho S v_1^2\left(1 - \varphi\cos\alpha\right)}$$

Součinitel φ (rychlostní) vyjadřuje vliv hydraulických odporů (tření) při obtékání rotační plochy na rychlost, která se snižuje.

Silový účinek na Peltonovo kolo



Peltonovo kolo sestává z korečků, na něž dopadá paprsek vody. Na korečku mění proud kapaliny směr proudění a tím vyvolává silový účinek. Korečky se pohybují unášivou rychlostí u .

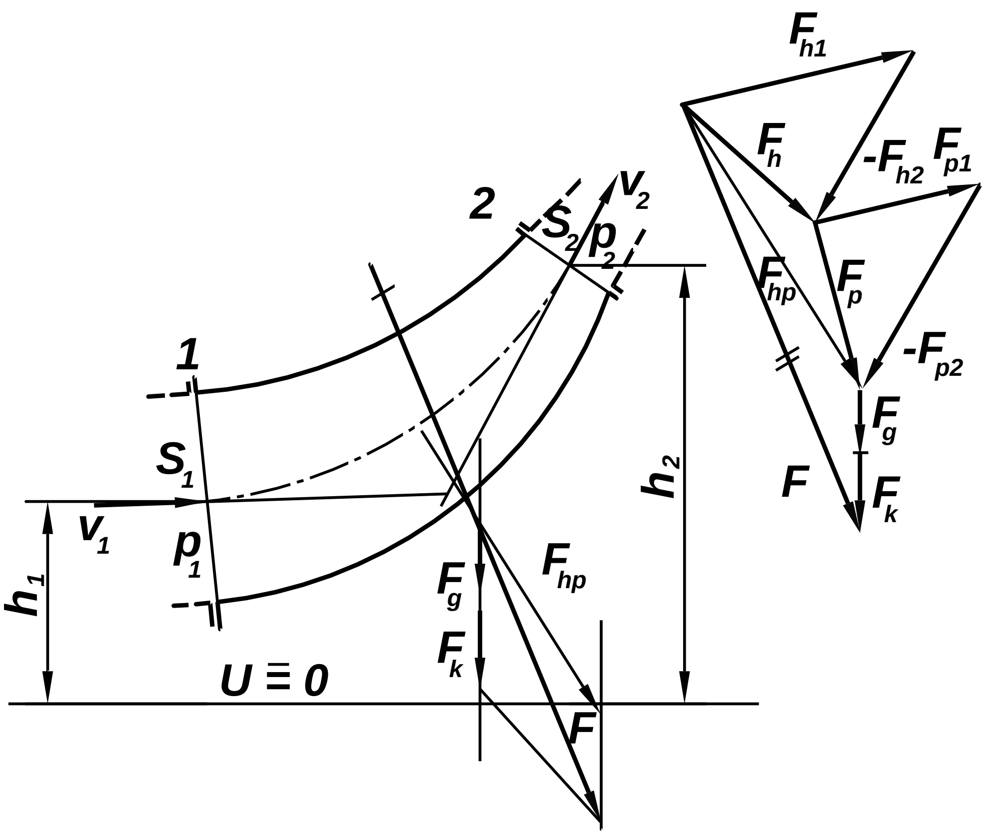
Relativní rychlost dopadu je $v-u$.
V ideálním případě se změní směr proudění o 180°, takže z korečku odtéká voda relativní rychlostí $-(v-u)$
Změna rychlosti je tedy

$$\Delta v = v - u - [-(v-u)] = 2(v-u)$$

Na všechny korečky Peltonova kola dopadne veškerá voda vytékající z trysky, jejíž hmotnostní průtok je $Q_m = \rho S v$

Silový účinek na Peltonovo kolo je $\boxed{F = Q_m \Delta v = 2\rho S v (v-u)}$

Účinek kapaliny na potrubí



Silové účinky proudu kapaliny na potrubí se skládají z několika sil. Na úsek potrubí (mezi průřezy 1 a 2) působí síla vyvolaná změnou průtokové hybnosti kapaliny

$$\mathbf{F_h} = Q_m(\mathbf{v_1} - \mathbf{v_2}) = \mathbf{F_{h_1}} - \mathbf{F_{h2}}$$

Také zde působí síly tlakové

$$\mathbf{F_{p1}} = p_1 S_1 \qquad \mathbf{F_{p2}} = p_2 S_2$$

a síly tíhové reprezentující tíhu kapaliny a potrubí

$$\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_g$$

Vektorový součet sil dává výslednici sil, které působí na úsek potrubí 1-2:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_h + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_k + \mathbf{F}_g$$

Výslednou sílu **F** musí přenést ukotvení nebo uchycení potrubí.